

文章编号: 1000-8055(2003)02-0191-04

结构振动可靠性设计方法研究

王延荣, 田爱梅

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘要: 以传统的结构振动设计方法为基础, 提出了一种进行振动可靠性设计的方法。利用应力-强度干涉理论, 发展了激振力频率与结构固有频率干涉的概率模型, 建立了结构振动可靠性模型, 给出了导致构件损坏的强迫共振响应的概率计算公式及其使用条件。原则上, 所发展的方法对其固有频率相对不太密集的构件更为适用, 如涡轮机械中的叶片。

关键词: 航空、航天推进系统; 结构振动; 可靠性; 设计方法

中图分类号: TB114.3

文献标识码: A

Research on Reliability Design Method of Structural Vibration

WANG Yan-rong, TIAN Aimei

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Based on the conventional design methods of structural vibration, a method is presented to evaluate the reliability of structural vibration. By use of the interference theory of stress and strength, an interference probability model of the exciting frequency and the natural frequency of a structure has been developed, and a vibration reliability model has been established. The reliability computation formula and its application conditions for the forced resonant response that can damage the structure have also been presented. In general, this method can be applied to the structural components, for which the modal frequencies are not populated densely, such as the blades in turbomachinery.

Key words: aerospace propulsion; structural vibration; reliability; design method

1 引言

结构的疲劳失效有相当大一部分是由其振动导致的, 其中以强迫振动更为常见。传统的设计方法是使其振动应力小于构件的疲劳强度; 若构件上的应力是非对称的循环, 则要计及平均应力的影响, 通常的做法是利用构件或材料的 Goodman 曲线进行设计。例如, 对于涡轮机械转子叶片, 需要考虑质量离心力和气体力引起的静应力(亦即平均应力)的影响。为减小构件上的振动应力, 则

要求设计者尽可能使构件在正常工作中避开危险的强迫共振。然而, 在实际设计中完全避开共振是非常困难的, 有时也是不可能的。通常的做法是避开较大、较危险的共振。尽管如此, 按传统方法设计的构件还时常有失效现象发生。对此, 传统设计方法很难做出合理的解释。

目前, 一般认为可靠性设计能够对此做出合理的解释, 并能给出构件的可靠性指标, 进而确定构件的工作寿命。因此, 研究构件振动可靠性设计方法以使其避开工作条件下的较危险的强迫共振

收稿日期: 2001-06-20; 修订日期: 2003-01-23

作者简介: 王延荣(1965-), 男, 黑龙江双鸭山人, 北京航空航天大学能源与动力工程学院教授, 博士, 主要从事涡轮机械强度振动、叶轮机气动弹性力学及航空发动机可靠性研究

就显得十分必要。虽然已有相当数量的关于机械可靠性方面的文献[1, 2]发表,其中以阐述应力-强度干涉理论者居多,而一小部分关于振动可靠性的通常也是按该理论处理的,能够用于对实际构件进行振动可靠性设计的则不多见^[3, 4]。文献[5]提出了一种进行构件振动可靠性设计的方法,建立了激振力频率与构件固有频率干涉的概率模型,给出了导致构件损坏的强迫共振响应的概率计算公式及其使用条件;但是,其中没有考虑疲劳强度的分散性。本文将对此作进一步的探讨,发展、完善结构振动可靠性设计方法,以使构件避开工作条件下的较危险的强迫共振。

2 结构振动可靠性模型

实际构件的几何形状、材料、制造工艺等均含有不确定因素,由此导致其疲劳强度和固有频率也具有不确定性;而外激振力的幅值和频率在一定程度上也存在不确定性。两者将共同导致构件强迫振动响应的不确定性。这里假设它们是相互独立的随机变量。这种假设一般被认为是符合实际的;同时,也使问题得到了简化。

2.1 振动应力-疲劳强度干涉模型

现仅考虑振动应力随机性和构件疲劳强度的随机性,两者的概率密度函数分别记为 $f_s(s)$ 和 $f_r(r)$,应用应力-强度干涉理论,其可靠度为:

$$R = \int_{-\infty}^{\infty} f_s(s) \left[\int_{-\infty}^s f_r(r) dr \right] ds \quad (1)$$

2.2 频率干涉模型

对于构件的某一阶固有模态(或单自由度系统),其稳态强迫振动响应的放大因子为:

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}} \quad (2)$$

式中: λ 为频率比, ζ 为临界阻尼比。

现假设只有固有频率 ω 和激振力频率 ω 具有不确定性,且其概率密度函数分别为 $g(\omega)$ 和 $g_e(\omega)$,则避开危险的强迫共振的可靠度 R 定义为放大因子 β 小于某个给定值 β_c 的概率,其中 β_c 由构件的 Goodman 曲线上的疲劳强度和激振力幅值确定。在给定 β_c 和 ζ 的条件下,对应某一 ω ,当 $\omega_1 < \omega < \omega_2$ 时,则有放大因子 β 大于 β_c ,与此对应的概率值即为强迫振动的不可靠度 F ,可以表达为^[5]:

$$F = P(\omega_1 < \omega < \omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} g_e(\omega) \left[\int_{\omega_1}^{\omega_2} g(\omega) d\omega \right] d\omega \quad (3)$$

式中: ω_1 和 ω_2 是依赖于 ω 的两个参数。

相应的可靠度为 $R = 1 - F$ 。

由上式可以看出,由于此模型适合于固有频率和激振力频率均为任意分布的情况,因此,要求其解析解通常是很困难的,故一般宜采用数值积分法求解,且在实际计算中上式第一个积分号的上、下限不必取为无穷,应视其解有意义的具体情况而定。此外,本模型是根据单自由度系统建立的,原则上适合于模态不太密集的构件的任何一阶模态的共振情况;对于模态密集的构件,则应视 ω_1 和 ω_2 的具体情形而定。

2.3 振动可靠性模型

由稳态强迫振动响应在构件上引起的振动应力 s 与外激振力的幅值 F_0 和放大因子 β 成正比,即 $s = k\beta F_0$ 。其中,系数 k 对于给定的构件为常数,且与构件的几何参数和材料参数有关。为了利用(1)式确定结构件的振动可靠度,需要先给出振动应力的概率密度函数 $f_s(s)$ 。但是,很难直接写出此概率密度函数的解析表达式;不过,可以不必求出其解析式,而直接采用数值方法进行计算。现考虑外激振力幅值的随机性和此随机性可以忽略的两种情况进行讨论。

对于外激振力幅值的随机性可以忽略的情形,例如,稳定状态下工作的涡轮机械叶片通常是比较符合这一假设的,利用(3)式,振动应力的累积函数可以写为:

$$F_s(s) = 1 - P(\omega_1 < \omega < \omega_2) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} g_e(\omega) \left[\int_{\omega_1}^{\omega_2} g(\omega) d\omega \right] d\omega \quad (4)$$

式中: ω_1 和 ω_2 与 s 是有关的,即给定一个 s ,就有一个 β_c 与之对应。

当需要计入外激振力幅值的随机性时,例如,涡轮机械叶片在某个转速带较宽的工况下工作就属于这种情况,记其概率密度函数为 $f_{F_0}(F_0)$,则振动应力的累积函数可以写为:

$$F_s(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{F_0}(F_0) \times \left[1 - \int_{-\infty}^{\infty} g_e(\omega) \left[\int_{\omega_1}^{\omega_2} g(\omega) d\omega \right] d\omega \right] dF_0 \quad (5)$$

式中: ω_1 和 ω_2 是与 s 和 F_0 有关的,即给定一个 s ,就有不同的 F_0 和与 F_0 相对应的一个 β_c 。

利用数值微分法可以求出上式的导数,即 $f_s(s)$;将其代入(1)式,并进行数值积分便可以求出可靠度 R 。需要说明的是,具体计算时,上述公式中积分的上、下限可用有实际意义的值替代正、负

无穷。

应该指出的是, 以上没有计及构件平均应力的影响, 这主要是为了突出重点, 当然也是为了使问题得到简化。此外, 对于构件的疲劳强度和固有频率与外激振力的幅值和频率的概率密度函数的确定方法见有关文献[2~5]。

3 应用举例

实际使用中, 有许多按传统方法 (Goodman 图) 设计的本应“安全”的工程结构出现了振动疲劳失效, 因而在设计中必需对其振动可靠性进行评定。文献[5]中仅考虑了构件固有频率和外激振力频率的随机性, 现以此为基础引入疲劳强度的分散性, 来说明本文方法的具体实施过程。

现以某一结构为例, 设其给定阶模态的临界阻尼比 $\zeta = 0.01$, 振动应力公式 $s = k\beta F_0$ 中的 $k = 5 \text{ MPa/N}$, 激振力幅值 $F_0 = 2 \text{ N}$, 激振力频率和固有模态频率的概率密度函数为三参数威布尔分布 $W(\omega, \eta_m)$ 或正态分布 $N(\omega, \sigma)$ ^[5], 利用根据本

文所提出的概率模型计算公式编制的计算机程序, 计算得到考虑疲劳强度分散性 (设其为正态分布 $N(200 \text{ MPa}, 10 \text{ MPa})$) 和不考虑疲劳强度分散性 (设其疲劳强度 $r = 200 \text{ MPa}$) 情况下的不可靠度 F , 见表 1。为了考核本文的方法和所发展的计算程序, 对疲劳强度的不同概率分布情况进行了计算, 表 2 给出了疲劳强度为三参数威布尔分布和正态分布情况下的结构振动的不可靠度。

由表 1 和表 2 中可以看出: 疲劳强度的分散性对结构振动的可靠度是有影响的。对于正态分布, 随着分散性 (标准差) 的增加, 可靠度下降 (不可靠度增加); 同时, 还可以看到本算例中疲劳强度分散性不大 (标准差仅为 10 MPa 或 20 MPa), 因而对可靠度的影响也相对较小。

为了考查临界阻尼比和激振力幅值的影响, 在激振力频率和固有频率均为正态分布 $N(520, 10)$ 下, 当激振力幅值 F_0 由 2 N 降为 1 N 时, 不可靠度由 0.600748 降为 0.217341 ; 当临界阻尼比 ζ 由 0.01 增至 0.02 时, 不可靠度由 0.600748 降为

表 1 疲劳强度分散性对结构振动不可靠度的影响
Table 1 The influence of the scatter of fatigue strength on the unreliability of structural vibration

频率分布		不可靠度 F		频率分布		不可靠度 F	
激振频率	固有频率	$r = 200$	$N(200, 10)$	激振频率	固有频率	$r = 200$	$N(200, 10)$
$N(520, 10)$	$N(520, 10)$	0.600748	0.601530	$N(500, 10)$	$W(540, 30, 3)$	0.000016	0.000017
$N(520, 10)$	$N(530, 10)$	0.504117	0.505182	$N(520, 10)$	$W(540, 30, 3)$	0.006063	0.006214
$N(520, 10)$	$N(540, 10)$	0.285392	0.286680	$N(540, 10)$	$W(540, 30, 3)$	0.162209	0.163413
$N(520, 10)$	$N(550, 10)$	0.107835	0.108766	$W(540, 30, 3)$	$N(520, 10)$	0.005201	0.005313
$N(520, 10)$	$N(560, 10)$	0.026765	0.027158	$W(540, 30, 3)$	$W(540, 30, 3)$	0.648270	0.648953
$N(520, 10)$	$N(570, 10)$	0.004296	0.004393	$W(520, 30, 3)$	$W(540, 30, 3)$	0.303206	0.304570

表 2 疲劳强度的不同概率分布对结构振动不可靠度的影响
Table 2 The influence of the probabilistic distribution of fatigue strength on the unreliability of structural vibration

频率分布		不可靠度 F		频率分布		不可靠度 F	
激振频率	固有频率	$W(200, 20, 3)$	$N(200, 20)$	激振频率	固有频率	$W(200, 20, 3)$	$N(200, 20)$
$N(520, 10)$	$N(520, 10)$	0.553060	0.603506	$N(500, 10)$	$W(540, 30, 3)$	0.000171	0.000020
$N(520, 10)$	$N(530, 10)$	0.459418	0.507957	$N(520, 10)$	$W(540, 30, 3)$	0.004567	0.006665
$N(520, 10)$	$N(540, 10)$	0.253147	0.290166	$N(540, 10)$	$W(540, 30, 3)$	0.139487	0.166738
$N(520, 10)$	$N(550, 10)$	0.091858	0.111372	$W(540, 30, 3)$	$N(520, 10)$	0.004070	0.005645
$N(520, 10)$	$N(560, 10)$	0.021690	0.028291	$W(540, 30, 3)$	$W(540, 30, 3)$	0.598602	0.650631
$N(520, 10)$	$N(570, 10)$	0.003315	0.004686	$W(520, 30, 3)$	$W(540, 30, 3)$	0.268842	0.308255

0.418268。此结果表明: 激振力幅值减小或临界阻尼比增加可以提高结构振动的可靠度。

此外, 文献[6]采用本文提出的方法对某型在研发动机带凸肩风扇叶片(曾出现过振动故障)进行了振动可靠性评估, 得其可靠度为 0.794009; 对改进后的风扇叶片(在随后的试验中, 未出现振动故障), 评估得到其可靠度为 1.000000。这一工程研制实例表明上述方法是可行的。

这里需要说明的是, 常用的 Goodman 图是针对无限寿命设计(即循环次数等于或超过 10^7)而绘制的, 因此基于此曲线计算得到的可靠度是对应无限寿命的可靠度; 当然利用基于有限循环次数绘制的 Goodman 曲线, 通过上述方法也可以确定有限寿命的可靠度。

4 结 论

本文以传统的结构振动设计方法为基础, 建立了结构振动可靠性模型; 给出了导致构件损坏的强迫共振响应的概率计算公式及其使用条件。所提出的激振力频率与构件固有频率干涉的概率模型不同于通常采用的应力-强度干涉模型。能从理论上更严格地回答避开较危险的强迫共振的概

率, 且其数值计算的实施也是可行的。

数值计算结果表明: 疲劳强度的分散性对结构振动的可靠度是有影响的, 即随着分散性的增加, 可靠度下降; 激振力幅值减小或临界阻尼比增加可以提高结构振动的可靠度。

原则上, 本模型可用于对模态“不太密集”的结构进行可靠性预测, 对于模态密集的结构件的预测还有待于进一步深入研究。

参考文献

- [1] 孔瑞莲, 洪其麟, 宋兆泓, 等. 航空发动机可靠性工程[M]. 北京: 航空工业出版社, 1996.
- [2] 史进渊. 透平叶片疲劳强度可靠性设计的研究[J]. 航空动力学报, 1992, 7(1): 47- 50.
- [3] 史进渊, 林振坤, 龚汉声. 透平机械零件振动的可靠性设计[J]. 航空动力学报, 1995, 10(3): 263- 266.
- [4] 欧阳德, 孔瑞莲, 宋兆泓. 叶片振动可靠性评估方法研究[J]. 航空动力学报, 1998, 13(2): 161- 164.
- [5] 田爱梅, 王延荣. 构件振动可靠性设计方法初探[J]. 航空动力学报, 1999, 14(3): 320- 322.
- [6] 李宏新. 某型机带凸肩风扇叶片断裂故障研究与振动可靠性评估[D]. 北京: 北京航空航天大学, 2000.